



MINISTERUL EDUCAȚIEI
ȘI CERCETĂRII

CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ
„GHEORGHE MIHOC”
EDIȚIA a XXVIII-a, 10 mai 2025

Clasa a V-a

Problema 1

Fie n număr natural nenul.

- a) Suma cifrelor unui număr natural cu n cifre este 159. Poate fi acest număr pătrat perfect?
- b) Se consideră n numere naturale consecutive. Suma resturilor împărțirii celor n numere la 11 este 166. Aflați toate valorile posibile ale lui n .

Problema 2

- a) Arătați că numărul 141 poate fi scris ca suma dintre un pătrat perfect și un cub perfect.
- b) Arătați că există numere naturale a și b astfel încât $a^2 + b^3 = 141^{2023}$.

Gazeta Matematică

Problema 3

Verificați dacă există numerele naturale a și b pentru care $15 \cdot a^2 + 4 \cdot b^2 = 7^{2025}$.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 10 puncte.



CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ
„GHEORGHE MIHOC”
EDIȚIA a XXVIII-a, 10 mai 2025
Clasa a V-a

Bareme de evaluare și notare

Problema 1.

Fie n număr natural nenul.

- a) Suma cifrelor unui număr natural cu n cifre este 159. Poate fi acest număr pătrat perfect?
- b) Se consideră n numere naturale consecutive. Suma resturilor împărțirii celor n numere la 11 este 166. Aflați toate valorile posibile ale lui n .

Soluție.

a) Fie a numărul natural cu n cifre.

Cum $159:3 \Rightarrow a:3$ 1p

Dar 159 nu este divizibil cu 9 $\Rightarrow a$ nu este divizibil cu 91p

$\Rightarrow a$ nu poate fi pătrat perfect.....1p

b) Fie r restul la împărțirea prin 11

$0 \leq r < 11 \Rightarrow r \in \{0,1,2, \dots, 10\}$1p

Numerele sunt consecutive $\Rightarrow$ resturile sunt consecutive și $0+1+2+\dots+10=55$1p

Variantele convenabile sunt:

$$(0+1+2+\dots+10)+(0+1+2+\dots+10)+(0+1+2+\dots+10)+0+1=$$

$$(1+2+\dots+10+0)+(1+2+\dots+10+0)+(1+2+\dots+10+0)+1$$
2p

$$\Rightarrow \text{sunt 34 sau 35 numere} \Rightarrow n \in \{34, 35\}$$
2p

Oficiu 1p

Problema 2.

a) Arătați că numărul 141 poate fi scris ca suma dintre un pătrat perfect și un cub perfect.

b) Arătați că există numere naturale a și b astfel încât $a^2 + b^3 = 141^{2023}$.

Ionela Turturean, Satu Mare, G. M. 1/2025

Soluție.

a) $141 = 16 + 125 = 4^2 + 5^3$ 1p

b) $a^2 + b^3 = 141^{2022} \cdot 141$ 1p

$$a^2 + b^3 = 141^{2022} \cdot (16 + 125) = 141^{2022} \cdot 16 + 141^{2022} \cdot 125$$
4p

De aici $a^2 + b^3 = (141^{1011} \cdot 4)^2 + (141^{674} \cdot 5)^3$ 2p



$\Rightarrow a = 141^{1011} \cdot 4$ și $b = 141^{674} \cdot 5$1p

Oficiu 1p

Problema 3.

Verificați dacă există numerele naturale a și b pentru care $15 \cdot a^2 + 4 \cdot b^2 = 7^{2025}$.

Soluție.

Cum $u(7^{2025}) = 7 \Rightarrow u(15 \cdot a^2 + 4 \cdot b^2) = 7$2p

$4 \cdot b^2$ este par $\Rightarrow 15 \cdot a^2$ este impar $\Rightarrow a^2$ este impar3p

$\Rightarrow u(a^2)$ poate fi 1,5 sau 9 $\Rightarrow u(15a^2) = 5 \Rightarrow u(4 \cdot b^2) = 2$ 2p

dar $4b^2$ este pătrat perfect

$\Rightarrow$ nu există numere naturale care să îndeplinească condiția dată.....2p

Oficiu 1p

Pentru orice soluție corectă diferită de cea din barem, se acordă punctaj maxim.