



**CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ  
„GHEORGHE MIHOC”  
EDIȚIA a XXVII-a, 23 martie 2024**

**Clasa a V-a**

**Problema 1**

Demonstrați că dacă numerele naturale  $x, y, z$  verifică egalitatea  $6x + 13y = 7z$ , atunci

$$(x+y)(y+z)(z+x):442$$

**Problema 2**

Fie  $N = 1^4 + 2^4 \cdot 3^4 + 4^4 \cdot 5^4 \cdot 6^4 + \dots + 67^4 \cdot 68^4 \cdot \dots \cdot 78^4$

Să se determine ultimele 4 cifre ale numărului  $N$ .

**Problema 3**

Aflați numerele naturale  $x, y, z, t$ , dacă ele verifică relațiile:

$$x + 12y + 12z + 102t = x + 12y + 102z + 12t = xyz = 2023.$$

Gazeta Matematică

**Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Timp de lucru 3 ore.**

**Fiecare problemă este notată cu 10 puncte.**



**CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ  
„GHEORGHE MIHOC”  
EDIȚIA a XXVI-a, 23 martie 2024**

**Clasa a V-a**

**Barem de evaluare și notare**

**Pentru orice soluție corectă diferită de cea din barem, se acordă punctaj maxim.**

**Problema 1**

*Demonstrați că dacă numerele naturale  $x, y, z$  verifică egalitatea  $6x + 13y = 7z$ , atunci*

$$(x + y)(y + z)(z + x) : 442$$

*Burlacu Oana*

**Soluție**

$6x + 13y = 7z \quad | + 7x \Rightarrow 13x + 13y = 7z + 7x \Rightarrow 13(x + y) = 7(x + z) \dots\dots\dots 1p$   
 Cum  $(7, 13) = 1 \Rightarrow (x + y) : 7$  și  $(x + z) : 13 \dots\dots\dots 2p$   
 $6x + 13y = 7z \quad | + 7y \Rightarrow 6x + 20y = 7(y + z) \dots\dots\dots 2p$   
 $\Rightarrow 2(3x + 10y) = 7(z + y) \dots\dots\dots 1p$   
 Cum  $(2, 7) = 1 \Rightarrow (y + z) : 2 \dots\dots\dots 1p$   
 Dar  $442 = 2 \cdot 13 \cdot 17 \Rightarrow (x + y)(y + z)(x + z) : 442 \dots\dots\dots 2p$   
 Oficiu ..... 1p

**Problema 2**

*Fie  $N = 1^4 + 2^4 \cdot 3^4 + 4^4 \cdot 5^4 \cdot 6^4 + \dots + 67^4 \cdot \dots \cdot 78^4$ .*

*Să se determine ultimele 4 cifre ale numărului  $N$ .*

*Burlacu Oana*

**Soluție**

Se observa ca  $(4^4 \cdot 5^4 \cdot 6^4) : 10^4$   
 $(7^4 \cdot 8^4 \cdot 9^4 \cdot 10^4) : 10^4$   
 .....  
 $(67^4 \cdot \dots \cdot 78^4) : 10^4 \dots\dots\dots 4p$   
 $\Rightarrow (N - (1^4 + 2^4 \cdot 3^4)) : 10^4 \dots\dots\dots 3p$   
 $\Rightarrow$  ultimele 4 cifre ale lui  $N$  sunt  $1297 = 1^4 + 2^4 \cdot 3^4 \dots\dots\dots 2p$   
 Oficiu ..... 1p



### Problema 3

Aflați numerele naturale  $x, y, z, t$ , dacă ele verifică relațiile

$$x + 12y + 12z + 102t = x + 12y + 102z + 12t = xyzt = 2023.$$

*George Florin Șerban, G. M. 1/2024*

### Soluție

$$x + 12y + 12z + 102t = x + 12y + 102z + 12t \Rightarrow 90t = 90z$$

$$\Rightarrow t = z \dots\dots\dots 2p$$

$$\Rightarrow xyz^2 = 2023$$

$$\text{Dar } 2023 = 7 \cdot 17^2 \Rightarrow z = 1 \text{ sau } z = 17 \dots\dots\dots 2p$$

Se observa că  $z=1$  nu convine.....2p

Pentru  $z = 17$  se obtine  $x = 1$  si  $y = 7$ .....3p

Oficiu .....1p